**2-3: تقدير نموذج الانحدار باستخدام طريقة المربعات الصغرى:**

هناك عدة طرق لتقدير معاملات معادلة الانحدار أهمها

* طريقة المربعات الصغرى.
* طريقة الإمكانية العظمى.

في المرحلة الأولى نفترض وجود الفروض الأساسية لمعالجة النموذج الخطي. وفي المراحل اللاحقة نتعرض للحالات التي تكون فيها هذه الفروض غير صحيحه.

نموذج الانحدار بالافتراضات الأساسية كما يلي:



هي المعادلة الأساسية التي تصور العلاقة بين التابع والمستقل حيث i تعتمد على العينة التي يبلغ حجمها **n** . بالإضافة إلى المعادلة الأساسية نقول أن النموذج يحتوي افتراضات عن المتغير العشوائي.

تقدير النموذج يتم بغرض الحصول على مقدرات معالم نموذج الانحدار البســــيط. نموذج الانحدار البسيط يتضمن ثلاث معالم هي, α , معلمة القاطع، β , معلمة الميل، σ2 معلمة التباين. المراد هو استخدام إحصائيات المتغيرات التابعة والمتغيرات المستقلة حسب الطرق الإحصائيه الملائمة للحصول على مقدرات لهذه المعالم.

**2-4: طريقة المربعات الصغرى**:

تعتمد طريقة المربعات الصغرى العادية على الحصول على مقدرات, الانحدار حيث تمثل α معلمة القاطع، β , معلمة الميل. بحيث يتم تصغير مجموع مربعات البوا قي إلى آدني قيمه لها. بحيث يجري تعريف مكون يطلق علية مجموع المربعات البوا قي وبعد ذلك يشرع في الحصول على α ,، β , بحيث يتم تصغير هذا المكون إلى أدنى قيمه له. وطريقة المربعات الصغرى تعطينا مقدرات الانحدار α ,، β , ولكن لا تعطينا مقدرة التباين وهذا يعتبر من نقاط ضعف طريقة المربعات الصغرى.

المعيار الخاص في المربعات الصغرى العادية: النموذج المقدر هو كما يلي



u هي البوا قي والتي تساوي من النموذج  نموذج الانحدار ممكن أن يمر من خلال انتشـــــار البيانات الخاصة بـX ,Y ، الخط المقدر هنا هو الذي يعطي Y المقدرة 

إذا أخذنا إحداثيات القيم Y,X إحداثيات النقطة الأولى تنقسم إلى قسمين، قسم من المحور الأفقي في النموذج المقدر، هذا عبارة عن  الجزء الثاني عبارة عن قيمة البوا قي. فالمشاهدة Y هي حصيلة جمع +u أي أن أي مشاهده مكونه من جانبين، جانب الخط المقدر والبواقي. البواقي بحكم أنها مقدرة العنصر العشوائي يمكن أن تكون موجبة وممكن أن تكون سالبه وكذلك من الناحية النظرية يمكن أن تساوي الصفر.

للحصول على مقدرات المربعات الصغرى العادية يجب أن نحصل أولا على البواقي: 

مجموع مربعات البواقي =∑u2



يتم التوصل إلى الخط الذي تكون فيه مجموع مربعات البواقي اصغر ما يمكن [ اختيار الخط الذي يدني مجموع مربعات البواقي إلى أصغر ما يمكن]. باستخدام الرياضيات فأن شرط الدرجة الأولى يتطلب أجراء التفاضل بالنسبة للمجاهيل α β نستخدم التفاضل الجزئي وبعد ذلك نساوي المعادلات التي تم أل تحصل عليها بالصفر ثم نطبق المعادلات الآنية للحصول على قيم المقدرات.



نساوي بالصفر 

بادخال المجموع Σ وحيث ان α عدد ثابت فأن Σ α = α n ثم بقسمة المعادلة على n نحصل على مايلي:





نساوي بالصفر 

2.5 

بالتعويض بقيمة α نحصل على

 2.6

بالضرب في n



2.7 

معادلة 2.7 تسمى المعادلات الطبيعية ونستطيع استخراج قيم α β منها

بالتعويض نحصل على 

من الممكن الحصول على المقدرات باستخدام الانحرافات كما يلي:



**ولكن**



**مثال (1)**

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| x2 | xy | **XY** | **y** | **x** | **X2** | **Y** | **X** |
| 4 | 8 | 8 | -4 | -2 | 4 | 4 | 2 |
| 1 | 1 | 21 | -1 | -1 | 9 | 7 | 3 |
| 9 | 15 | 3 | -5 | -3 | 1 | 3 | 1 |
| 1 | 1 | 45 | 1 | 1 | 25 | 9 | 5 |
| 25 | 45 | 153 | 9 | 5 | 81 | 17 | 9 |
| **∑x2=40** | **∑xy=70** | **230 ∑XY=** |  |  | **∑X2= 120** | **∑Y=40** | **∑X=20** |



باستخدام الانحرافات 

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | **X** | **Y** | **x** | **y** | **xy** | **x2** | **XY** | **X2** |
| 1 | **100** | **55** | 30 | -45 | 1650 | 900 | 5500 | 10000 |
| 2 | **90** | **70** | 20 | -30 | 1400 | 400 | 6300 | 8100 |
| 3 | **80** | **90** | 10 | -10 | 900 | 100 | 7200 | 6400 |
| 4 | **70** | **100** | 0 | 0 | 0 | 0 | 7000 | 4900 |
| 5 | **70** | **90** | 0 | -10 | 0 | 0 | 6300 | 4900 |
| 6 | **70** | **105** | 0 | 5 | 0 | 0 | 7350 | 4900 |
| 7 | **70** | **80** | 0 | -20 | 0 | 0 | 5600 | 4900 |
| 8 | **65** | **110** | -5 | 10 | -550 | 25 | 7150 | 4225 |
| 9 | **60** | **125** | -10 | 25 | -1250 | 100 | 7500 | 3600 |
| 10 | **60** | **115** | -10 | 15 | -1150 | 100 | 6900 | 3600 |
| 11 | **55** | **130** | -15 | 30 | -1950 | 225 | 7150 | 3025 |
| 12 | **50** | **130** | -20 | 30 | -2600 | 400 | 6500 | 2500 |
| **المجموع** | **840** | **1200** |  |  | **-3550** | **2250** | **80450** | **61050** |
|  | **X=70** | **Y=100** |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  | **β=-3550/2250=-1.6** | |  |  |